Manoel Paiva

**MATEMÁTICA – Conceitos, linguagem e aplicações**
**Volume 2**

---

Resolução das Atividades

---

**Unidade VI**

# Binômio de Newton e probabilidade

Moderna

# Unidade VI
# *Binômio de Newton e probabilidade*

## Capítulo 19
## Binômio de Newton

**A.1** $\binom{14}{2x+1} = \binom{14}{x+5} \Rightarrow 2x + 1 = x + 5$ ou

$2x + 1 + x + 5 = 14$

Logo, $x = 4$ ou $x = \frac{8}{3}$.

*Verificação*

Fazendo $x = 4$, temos $\binom{14}{9} = \binom{14}{9}$. Como existem os binomiais para $x = 4$, concluímos que 4 é raiz da equação.

Fazendo $x = \frac{8}{3}$, temos $\binom{14}{\frac{19}{3}} = \binom{14}{\frac{23}{3}}$. Como só existe binomial de numerador e denominador naturais, concluímos que $\frac{8}{3}$ não é raiz da equação.

Logo, $S = \{4\}$.

**A.2** a) $\binom{11}{6} + \binom{11}{7} = \binom{12}{7}$

ou $\binom{12}{5}$, pois $\binom{12}{7} = \binom{12}{5}$

b) $\binom{n+5}{p+2} + \binom{n+5}{p+3} = \binom{n+6}{p+3}$

ou $\binom{n+6}{n-p+3}$, pois $\binom{n+6}{n-p+3} = \binom{n+6}{p+3}$

**A.3** a) 1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

b) $\binom{5}{2} = 10$

$\binom{7}{3} = 35$

$\binom{7}{4} = 35$

**A.4** a) Linha 0 $\longrightarrow$ 1

Linha 1 $\longrightarrow$ 1 1

Linha 2 $\longrightarrow$ 1 2 1

Linha 3 $\longrightarrow$ 1 3 3 1

Linha 4 $\longrightarrow$ 1 4 6 4 1

Linha 5 $\longrightarrow$ 1 5 10 10 5 1

Linha 6 $\longrightarrow$ 1 6 15 20 15 6 1

b) I. $(x + a)^6 = \binom{6}{0}x^6a^0 + \binom{6}{1}x^5a^1 + \binom{6}{2}x^4a^2 +$

$+ \binom{6}{3}x^3a^3 + \binom{6}{4}x^2a^4 + \binom{6}{5}x^1a^5 + \binom{6}{6}x^0a^6 =$

$= x^6 + 6x^5a + 15x^4a^2 + 20x^3a^3 + 15x^2a^4 + 6xa^5 + a^6$

II. $(2x - 3)^3 = [2x + (-3)]^3 = \binom{3}{0}(2x)^3(-3)^0 +$

$+ \binom{3}{1}(2x)^2(-3)^1 + \binom{3}{2}(2x)^1(-3)^2 +$

$\binom{3}{3}(2x)^0(-3)^3 = 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot (-3) +$

$+ 3 \cdot 2x \cdot 9 + 1 \cdot (-27) = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

III. $(2x + y^2)^4 = \binom{4}{0}(2x)^0(y^2)^4 + \binom{4}{1}(2x)^1(y^2)^3 +$

$+ \binom{4}{2}(2x)^2(y^2)^2 + \binom{4}{3}(2x)^3(y^2)^1 +$

$+ \binom{4}{4}(2x)^4(y^2)^0 = y^8 + 4 \cdot 2xy^6 + 6 \cdot 4x^2y^4 +$

$+ 4 \cdot 8x^3y^2 + 16x^4 = y^8 + 8xy^6 + 24x^2y^4 +$
$+ 32x^3y^2 + 16x^4$

**A.5** $E = (2 + 3)^4 = 5^4 = 625$

**A.6** $E = \binom{5}{0}2^0 \cdot 1^5 + \binom{5}{1}2^1 \cdot 1^4 + \binom{5}{2}2^2 \cdot 1^3 +$

$+ \binom{5}{3}2^3 \cdot 1^2 + \binom{5}{4}2^4 \cdot 1^1 + \binom{5}{5}2^5 \cdot 1^0$; logo,

$E = (2 + 1)^5 = 3^5 = 243$

**A.7** $S = \sum_{p=0}^{20} \binom{20}{p} 2^p \cdot 1^{20-p}$

$S = \binom{20}{0} 2^0 \cdot 1^{20} + \binom{20}{1} 2^1 \cdot 1^{19} + \binom{20}{2} 2^2 \cdot 1^{18} +$

$+ \ldots + \binom{20}{20} 2^{20} \cdot 1^0$ e, portanto,

$S = (2 + 1)^{20} = 3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$
alternativa b

**A.8** $\sum_{p=0}^{2} \binom{29}{p} \cdot 7^p \cdot (-6)^{29-p} = 1$, pois:

$\sum_{p=0}^{29} \binom{29}{p} \cdot 7^p \cdot x^{29-p} = 1 \Rightarrow \binom{29}{0} \cdot 7^0 x^{29} +$

$+ \binom{29}{1} \cdot 7^1 x^{28} + \ldots + \binom{29}{29} \cdot 7^{29} x^0 = 1$

Logo, $(7 + x)^{29} = 1$, ou seja, $7 + x = 1$.
Portanto: $x = -6$

**A.9** $\begin{cases} x + y = 1 \\ (x - y)^5 = 243 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 & \text{(I)} \\ x - y = 3 & \text{(II)} \end{cases}$

Adicionamos, membro a membro, (I) e (II):
$2x = 4 \Rightarrow x = 2$

Substituímos $x$ por 2, em (I):
$2 + y = 1 \Rightarrow y = -1$

**A.10** a)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | linha zero | $2^0$ |
| 1 1 | linha um | $2^1$ |
| 1 2 1 | linha dois | $2^2$ |
| 1 3 3 1 | linha três | $2^3$ |
| 1 4 6 4 1 | linha quatro | $2^4$ |
| 1 5 10 10 5 1 | linha cinco | $2^5$ |

b) $2^{10} = 1.024$

c) $\sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} \cdot 1^p \cdot 1^{n-p} = \binom{n}{0} \cdot 1^0 \cdot 1^n +$

$+ \binom{n}{1} \cdot 1^1 \cdot \cdot 1^{n-1} + \ldots + \binom{n}{n} \cdot 1^n \cdot 1^0 = (1 + 1)^n = 2^n$

**A.11**

| | Termo geral | |
|---|---|---|
| $(x + 6)^5$ | $\binom{5}{p} x^p \cdot 6^{5-p}$ | $\binom{5}{p} x^{5-p} \cdot 6^p$ |
| $(x^2 - 2x^3)^8$ | $\binom{8}{p} \cdot (-2)^{8-p} \cdot x^{24-p}$ | $\binom{8}{p} \cdot (-2)^p \cdot x^{16+p}$ |

Para a 2ª linha temos:
$(x^2 - 2x^3)^8 = [x^2 + (-2x^3)]^8$

$T = \binom{8}{p} (x^2)^p \cdot (-2x^3)^{8-p} =$

$= \binom{8}{p} x^{2p} \cdot (-2)^{8-p} \cdot x^{24-3p} =$

$= \binom{8}{p} (-2)^{8-p} \cdot x^{24-p}$

ou

$T = \binom{8}{p} (x^2)^{8-p} \cdot (-2x^3)^p =$

$= \binom{8}{p} x^{16-2p} \cdot (-2)^p \cdot x^{3p} = \binom{8}{p} (-2)^p \cdot x^{16+p}$

**A.12** No exercício anterior, vimos que o termo geral pode ser representado por $T = \binom{5}{p} x^p \cdot 6^{5-p}$.

Devemos impor que $x = 3$:

$T = \binom{5}{3} x^3 \cdot 6^{5-3} = 10 \cdot x^3 \cdot 36 = 360x^3$

Logo, o coeficiente de $x^3$ é 360.

**A.13** No termo geral obtido no exercício A.11,

$T = \binom{8}{p} \cdot (-2)^p \cdot x^{16+p}$

atribuindo-se a $p$ os valores 0, 1, 2, ..., 8, em ordem crescente, teremos os valores dos expoentes $x$, também em ordem crescente. Para $p = 5$, obtém-se o sexto termo:

$T = \binom{8}{5} \cdot (-2)^5 \cdot x^{16+5} = 56 \cdot (-32) \cdot x^{21}$

$T = -1.792x^{21}$
Logo, o sexto termo é $-1.792x^{21}$.

**A.14** $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 = (x + x^{-1})^6$

$T = \binom{6}{p} x^p \cdot (x^{-1})^{6-p} = \binom{6}{p} x^p \cdot x^{-6+p}$

$T = \binom{6}{p} x^{2p-6}$

$2p - 6 = 0 \Rightarrow p = 3$
Logo, o termo independente de $x$ é:

$T = \binom{6}{3} x^{2 \cdot 3 - 6} = 20x^0 = 20$

# Capítulo 20 Probabilidade

**A.1** Sendo $E$ o espaço amostral formado pelos 100 números e $A$ o evento formado pelos 4 números que você comprou, temos:
$n(E) = 100$ e $n(A) = 4$.

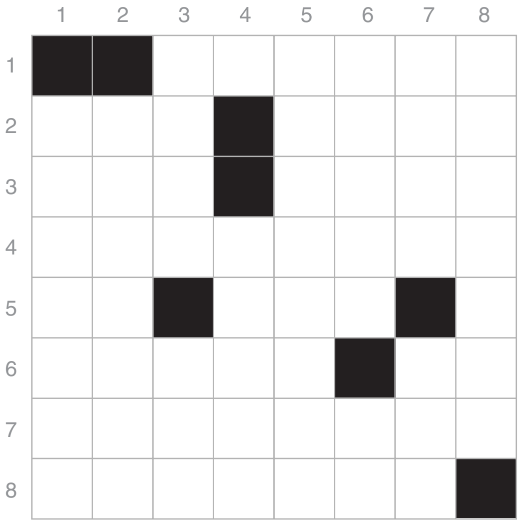
Logo: $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

alternativa c

**A.2** Sendo $E$ o espaço amostral formado pelos 1.000 números e $A$ o evento formado pelos números de $E$ menores que 51, temos n($E$) = 1.000 e n($A$) = 50.
Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{50}{1.000} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

**A.3**




A tabela é formada por 64 células. Indicando por $n$ o número de células a serem pintadas, devemos ter:

$$\frac{n}{64} = 0{,}125 \Rightarrow n = 8$$

Assim, devemos pintar oito quaisquer das 64 células da tabela.

**A.4** Indicando por C e K as faces cara e coroa, respectivamente, temos o espaço amostral $E$ = {(C, C), (C, K), (K, C), (K, K)}, n($E$) = 4, e o evento $A$ = {(C, K), (K, C)}, n($A$) = 2.

Logo: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

**A.5** a) $E$ = {(C, C, C), (C, C, K),
(C, K, C), (K, C, C), (K, K, K),
(K, K, C), (K, C, K), (C, K, K)}

n($E$) = 8

b) $A$ = {(C, C, K)}, n($A$) = 1

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{1}{8}$

c) $B$ = {(C, C, K), (C, K, C), (K, C, C)}, n($B$) = 3

$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(E)} = \dfrac{3}{8}$

d) $D$ = {(C, C, K), (C, K, C), (K, C, C), (C, C, C)}

n($D$) = 4

e) $P(D) = \dfrac{n(D)}{n(E)} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

**A.6** a) $E$ = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n($E$) = 36

b) $A$ = {(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)}, n($A$) = 6

Logo: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

c) $B$ = {(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)}, n($B$) = 5

Logo: $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(E)} = \dfrac{5}{36}$

d) $C = \varnothing$, n($C$) = 0

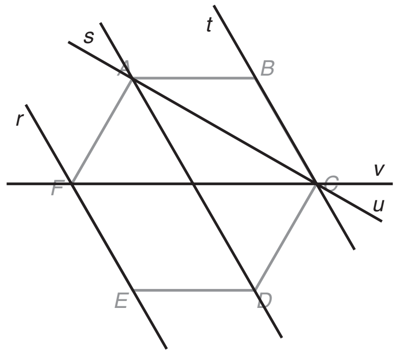
Logo: $P(C) = \dfrac{n(C)}{n(E)} = \dfrac{0}{36} = 0$

e) $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(E)} = \dfrac{36}{36} = 1$

f) Excluindo de $E$ os pares ordenados que possuem os dois números ímpares, sobram os pares que formam o evento $D$ que nos interessa, assim n($D$) = 27.

Logo: $P(D) = \dfrac{n(D)}{n(E)} = \dfrac{27}{36} = \dfrac{3}{4}$

**A.7** a)




b) Sendo $E = \{\{x, y\} \mid x$ e $y$ são retas distintas determinadas pelos vértices do hexágono$\}$ e $A = \{\{z, w\} \mid z$ e $w$ são retas paralelas distintas determinadas pelos vértices do hexágono$\}$, temos:
n($E$) = $C_{6,\,2}$ = 15 e n($A$) = 3 · $C_{3,\,2}$ = 9

Logo: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$

**A.8** Sendo $E$ o espaço amostral cujos elementos são as comissões de três pessoas que podem ser formadas, temos:
n($E$) = $C_{5,\,3}$ = 10
Sendo $A$ o evento de $E$ formado pelas comissões que contêm Paulo, temos:
n($A$) = $C_{4,\,2}$ = 6

Logo: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

**A.9** a)

| 1ª bola | 2ª bola | 3ª bola | 4ª bola | 5ª bola |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |

3 · 3 · 3 · 3 · 3 = 243

b) (B, V, V, B, B) resposta possível

c) $P_5^{(3,\,2)} = \dfrac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$

d) n($E$) = 243 e n($A$) = 10

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{10}{243}$

**A.10** $0 \leqslant \dfrac{n-8}{20} \leqslant 1 \Rightarrow 0 \leqslant n - 8 \leqslant 20$

Portanto, $8 \leqslant n \leqslant 28$.
Concluímos, então, que o maior número possível de pessoas que podem estar na sala é 28.

**A.11** Sendo $E$ o espaço amostral desse experimento, temos os eventos complementares:
$A = \{x \in E \mid x$ é bola vermelha$\}$
$\overline{A} = \{y \in E \mid y$ é bola azul$\}$
Logo:

$$\begin{cases} P(A) + P(\overline{A}) = 1 & \text{(I)} \\ P(\overline{A}) = 2P(A) & \text{(II)} \end{cases}$$

(II) em (I) $\Rightarrow P(A) + 2P(A) = 1$ e, portanto, $P(A) = \dfrac{1}{3}$

Substituímos, em (II), $P(A)$ por $\dfrac{1}{3}$:

$P(\overline{A}) = 2 \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

Concluímos, então, que a probabilidade de retirarmos uma bola azul é $\dfrac{2}{3}$.

**A.12** a) $(x, \quad y, \quad z)$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 6 & \cdot & 6 & \cdot & 6 & = & 216 \end{array}$$

Logo, $n(E) = 216$.

b) (...1..., ...5..., ...5...) resposta possível

c) (ímpar, ímpar, ímpar)

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 3 & \cdot & 3 & \cdot & 3 & = & 27 \end{array}$$

d) $A = \{(a, b, c) \in E \mid abc$ é ímpar$\}$, $n(A) = 27$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{27}{216} = \dfrac{1}{8}$

e) O complementar do evento $A$ do item **d** é formado por todos os ternos de $E$ em que o produto dos três números é par, isto é:
$\overline{A} = \{(u, v, w) \in E \mid uvw$ é par$\}$

Logo: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$

# Capítulo 21
# Adição de probabilidades – probabilidade condicional

**A.1** a) $n(E) =$ ...11...

b) $n(A \cup B) =$ ...7...

c) $P(A \cup B) = \dfrac{n(A \cup B)}{n(E)} = \dfrac{7}{11}$

d) $n(A \cap B) =$ ...2...

e) $P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(E)} = \dfrac{2}{11}$

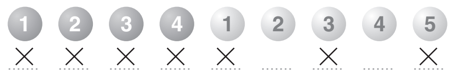
f) $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{7}{11}$, pois

$P(A) = \dfrac{4}{11}$

$P(B) = \dfrac{5}{11}$; logo,

$\dfrac{4}{11} + \dfrac{5}{11} - \dfrac{2}{11} = \dfrac{7}{11}$

**A.2** a)




b) Indicando por $A_i$ e $M_j$ as bolas azuis e amarelas, respectivamente, temos o espaço amostral
$E = \{A_1, A_2, A_3, A_4, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\}$, $n(E) = 9$.

**1º modo**
$B = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $n(B) = 4$
$C = \{A_1, A_3, M_1, M_3, M_5\}$, $n(C) = 5$
$C \cap B = \{A_1, A_3\}$, $n(C \cap B) = 2$
$P(C \cap B) = P(C) + P(B) - P(C \cap B) =$

$= \dfrac{4}{9} + \dfrac{5}{9} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{7}{9}$

**2º modo**
$D = \{x \in E \mid x$ é bola azul ou tem número ímpar$\}$, ou seja,
$D = \{A_1, A_2, A_3, A_4, M_1, M_3, M_5\}$, $n(D) = 7$.

Logo: $P(D) = \dfrac{n(D)}{n(E)} = \dfrac{7}{9}$

**A.3** O espaço amostral do experimento é $E = \{1, 2, 3, ..., 30\}$, $n(E) = 30$
Temos, então:

**1º modo**
$A = \{1, 2, 3, ..., 19\}$, $n(A) = 19$
$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$, $n(B) = 10$
$A \cap B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $n(A \cap B) = 6$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$

$\dfrac{19}{30} + \dfrac{10}{30} - \dfrac{6}{30} = \dfrac{23}{30}$

**2º modo**
$C = \{x \in E \mid x$ é menor que 20 ou é múltiplo de 3$\}$, ou seja,
$C = \{1, 2, 3, ..., 19, 21, 24, 27, 30\}$, $n(C) = 23$.

Logo: $P(C) = \dfrac{n(C)}{n(E)} = \dfrac{23}{30}$

**A.4** $E = \{1, 2, 3, ..., 1.000\}$, $n(E) = 1.000$
$A = \{2, 4, 6, ..., 1.000\}$, $n(A) = 500$
$B = \{10, 11, 12, ..., 99\}$, $n(B) = 90$
$A \cap B = \{10, 12, 14, ..., 98\}$, $n(A \cap B) = 45$
Para calcular $n(A \cap B)$, pode-se usar o termo geral da PA:
$a_n = a_1 + (n - 1)r \Rightarrow 98 = 10 + (n - 1) \cdot 2$
Logo, $n = 45$.
Então:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$

$= \dfrac{500}{1.000} + \dfrac{90}{1.000} - \dfrac{45}{1.000} = \dfrac{545}{1.000} = 54{,}5\%$

**A.5** Sendo $E$ o espaço amostral; $A$ o evento formado pelos carros com freio ABS; e $B$ o evento formado pelos carros com direção hidráulica, temos:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A \cup B) = \dfrac{5}{8} + \dfrac{2}{3} - \dfrac{11}{24}$

Logo, $P(A \cup B) = \dfrac{5}{6}$, ou seja, a probabilidade de que o automóvel escolhido tenha freio ABS ou direção hidráulica é $\dfrac{5}{6}$.

**A.6** $E = \{x \mid x$ é sabonete da gôndola$\}$, $n(E) = 140$
$A = \{y \in E \mid y$ é sabonete azul$\}$, $n(A) = 80$
$B = \{z \in E \mid z$ é sabonete da marca Tux$\}$, $n(B) = 100$

$A \cap B = \{w \in E \mid w$ é sabonete azul da marca Tux$\}$
$A \cup B = E$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$
$\Rightarrow 1 = \dfrac{80}{140} + \dfrac{100}{140} - P(A \cap B)$

Logo, $P(A \cap B) = \dfrac{40}{140} = \dfrac{2}{7}$, ou seja, a probabilidade de de se obter um sabonte azul da marca Tux é $\dfrac{2}{7}$.

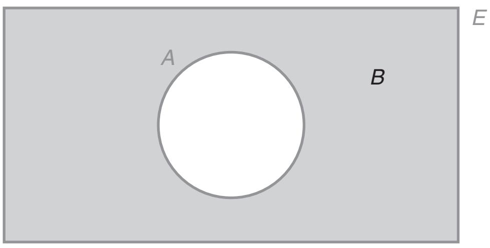
**A.7** Sendo
- o espaço amostral $E$ formado por todos os alunos do colégio;
- o evento $A$ formado pelos alunos com 18 anos ou mais, $P(A) = 0{,}38$;
- o evento $B$ formado pelos alunos com 18 anos ou menos, $P(B) = 0{,}79$;
- o evento $A \cap B$ formado pelos alunos com exatamente 18 anos, temos:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$
$\Rightarrow 1 = 0{,}38 + 0{,}79 - P(A \cap B)$
Logo, $P(A \cap B) = 0{,}17$, ou seja, a probabilidade de que o aluno escolhido tenha 18 anos é 17%.

**A.8** a) $A = \{(6, 3), (5, 2), (2, 4)\}$
$B = \{(1, 3), (5, 6), (4, 2)\}$

b) $n(E) = 36$
$C = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$, $n(C) = 6$
$D = \{(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3),\}$, $n(D) = 4$
Como $C$ e $D$ são mutuamente exclusivos, $P(C \cup D) = P(C) + P(D)$, ou seja:
$P(C \cup D) = \dfrac{6}{36} + \dfrac{4}{36} = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$

**A.9**




$P(A \cup B) = 1 \Rightarrow A \cup B = E$ (I)
$P(A \cap B) = 0 \Rightarrow A \cap B = \varnothing$ (II)
De (I) e (II), concluímos que $B$ é o complementar de $A$.

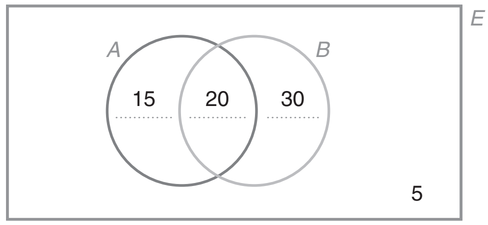
**A.10** $E = \{x \mid x \in \mathbb{N}$ e $1 \leq x \leq 400\}$, $n(E) = 400$
$A = \{y \in E \mid y < 100\}$, $n(A) = 99$
$B = \{z \in E \mid z$ é múltiplo de $10\}$, $n(B) = 40$
$A \cap B = \{w \in E \mid w$ é menor que 100 e múltiplo de $10\}$, $n(A \cap B) = 9$
Logo: $P(B/A) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} = \dfrac{9}{99} = \dfrac{1}{11}$

**A.11** a)

| | Psiquiatras | Psicólogos | Neurologistas |
|---|---|---|---|
| **Número de mulheres** | 18 | 53 | 10 |
| **Número de homens** | 30 | 19 | 17 |

b) $E = \{x \mid x$ é participante do congresso$\}$, $n(E) = 147$
$A = \{y \in E \mid y$ é mulher$\}$, $n(A) = 81$
$B = \{z \in E \mid z$ é psiquiatra$\}$, $n(B) = 48$
$A \cap B = \{w \in E \mid w$ é mulher e psiquiatra$\}$,
$n(A \cap B) = 18$
Logo: $P(B/A) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} = \dfrac{18}{81} = \dfrac{2}{9}$

**A.12** a)




$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$65 = 35 + 50 - n(A \cap B)$
Logo, $n(A \cap B) = 20$.

b) $P(B/A) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} = \dfrac{20}{35} = \dfrac{4}{7}$

**A.13** $P(B/A) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)}$
Dividindo por $n(E)$ o numerador e o denominador dessa fração, temos:
$$P(B/A) = \dfrac{\dfrac{n(A \cap B)}{n(E)}}{\dfrac{n(A)}{n(E)}} = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\dfrac{3}{5}}{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{9}{10}$$

# Capítulo 22 Multiplicação de probabilidades

**A.1** a) $E = \{(A, A), (A, V), (A, M), (A, B), (V, A), (V, V), (V, M), (V, B), (M, A), (M, V), (M, M), (M, B), (B, A), (B, V), (B, M), (B, B)\}$
$n(E) = 16$

b) $S = \{(A, V), (V, V), (M, V), (B, V)\}$,
$n(S) = 4$
$P(S) = \dfrac{n(S)}{n(E)} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

c) $T = \{(A, A), (A, V), (A, M), (A, B)\}$,
$n(T) = 4$

d) $P(S/T) = \dfrac{n(S \cap T)}{n(T)}$
$S \cap T = \{(A, V)\}$, $n(S \cap T) = 1$
Logo, $P(S/T) = \dfrac{1}{4}$.

e) $S$ e $T$ são eventos independentes, pois $P(S/T) = P(S)$.

**A.2** a) $E = \{(A, V), (A, M), (A, B), (V, A), (V, M), (V, B), (M, A), (M, V), (M, B), (B, A), (B, V), (B, M)\}$,
$n(E) = 12$

b) $S = \{(A, V), (M, V), (B, V)\}$,
$n(S) = 3$
$P(S) = \dfrac{n(S)}{n(E)} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

c) $T = \{(A, V),$ (A, M), (A, B) $\}$,

$n(T) =$ 3

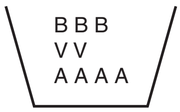
d) $P(S/T) = \dfrac{n(S \cap T)}{n(T)}$

Como $S \cap T = \{(A, V)\}$, $n(S \cap T) = 1$, temos:

$P(S/T) = \dfrac{1}{3}$

e) $S$ e $T$ não são eventos independentes, pois $P(S/T) \neq P(S)$.

**A.3** a)




BVA, $P = \dfrac{3}{9} \cdot \dfrac{2}{9} \cdot \dfrac{4}{9} = \dfrac{8}{243}$

b) BVA, $P_1 = \dfrac{8}{243}$ ou

BAV, $P_2 = \dfrac{8}{243}$ ou

VBA, $P_3 = \dfrac{8}{243}$ ou

VAB, $P_4 = \dfrac{8}{243}$ ou

ABV, $P_5 = \dfrac{8}{243}$ ou

AVB, $P_6 = \dfrac{8}{243}$

Logo, a probabilidade total $P$ é dada por

$P = 6 \cdot \dfrac{8}{243} = \dfrac{16}{81}$.

c) AAA, $P = \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{4}{9} = \dfrac{64}{729}$

**A.4** a)


AAB, $P = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} \cdot \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{35}$

b) AAB, $P_1 = \dfrac{6}{35}$ ou

ABA, $P_2 = \dfrac{6}{35}$ ou

BAA, $P_3 = \dfrac{6}{35}$

Logo, a probabilidade total $P$ é dada por:

$P = 3 \cdot \dfrac{6}{35} = \dfrac{18}{35}$

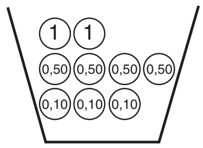
c) Vamos calcular inicialmente a probabilidade de saírem as três azuis:

AAA, $P_1 = \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{6} \cdot \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{35}$

Logo, a probabilidade $P$ de sair pelo menos uma bola branca é dada por:

$P = 1 - P_1 = 1 - \dfrac{4}{35} = \dfrac{31}{35}$

**A.5** a)




Ao invés de pensar em retiradas simultâneas, vamos pensar em retiradas sucessivas e sem reposição.

1 e 0,50 e 0,10; $P_1 = \dfrac{2}{9} \cdot \dfrac{4}{8} \cdot \dfrac{3}{7} = \dfrac{1}{21}$ ou

1 e 0,10 e 0,50; $P_2 = \dfrac{1}{21}$ ou

0,10 e 0,50 e 1; $P_3 = \dfrac{1}{21}$ ou

0,10 e 1 e 0,50; $P_4 = \dfrac{1}{21}$ ou

0,50 e 0,10 e 1; $P_5 = \dfrac{1}{21}$ ou

0,50 e 1 e 0,10; $P_6 = \dfrac{1}{21}$

Logo, a probabilidade total $P$ é dada por:

$P = 6 \cdot \dfrac{1}{21} = \dfrac{2}{7}$

b) 0,50 e 0,50 e 0,10; $P_1 = \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{3}{7} = \dfrac{1}{14}$ ou

0,50 e 0,10 e 0,50; $P_2 = \dfrac{1}{14}$ ou

0,10 e 0,50 e 0,50; $P_3 = \dfrac{1}{14}$

Logo, a probabilidade total $P$ é dada por:

$P = 3 \cdot \dfrac{1}{14} = \dfrac{3}{14}$

c) 1 e 0,10 e 0,10; $P_1 = \dfrac{2}{9} \cdot \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{2}{7} = \dfrac{1}{42}$ ou

0,10 e 1 e 0,10; $P_2 = \dfrac{1}{42}$ ou

0,10 e 0,10 e 1; $P_3 = \dfrac{1}{42}$

Logo, a probabilidade total $P$ é dada por:

$P = 3 \cdot \dfrac{1}{42} = \dfrac{1}{14}$

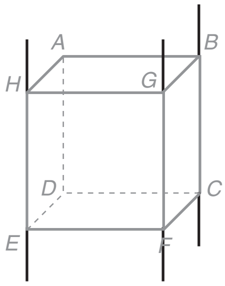
**A.6** a) Indicando por C e E o acerto e o erro, respectivamente, temos:

EEC, $P = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}063$

b) EEC; $P_1 = 0{,}063$ ou
ECE; $P_2 = 0{,}063$ ou
CEE; $P_3 = 0{,}063$
Logo, a probabilidade total $P$ é dada por:
$P = 3 \cdot 0{,}063 = 0{,}189$

c) Vamos calcular a probabilidade $P_1$ de o atirador errar nos três tiros:
EEE, $P_1 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}027$
Logo, a probabilidade $P$ de ele acertar o alvo em pelo menos um tiro é dada por:
$P = 1 - P_1 = 1 - 0{,}027 = 0{,}973$

**A.7** a)




b) Vamos pensar em retiradas sucessivas e sem reposição. A probabilidade $P$ é dada por:

$$P = \underbrace{\text{(probab. de escolher a 1ª aresta)}}_{\frac{12}{12}} \times \underbrace{\text{(probab. de escolher a 2ª aresta paralela à primeira)}}_{\frac{3}{11}}$$

Assim: $P = \frac{3}{11}$

**A.8** a)

| Lançamentos | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1º** | **2º** | **3º** | **4º** | **5º** | **6º** | **7º** | **8º** |
| C | C | C | C | C | K | K | K |
| C | C | C | C | K | C | K | K |
| C | C | C | K | C | C | K | K |
| C | C | K | C | C | C | K | K |
| K | C | K | C | C | C | K | C |

b) O total de seqüências distintas nessas condições é dada por $P_8^{(5,\,3)} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$, sendo a probabilidade de ocorrer cada uma delas $\left(\frac{1}{2}\right)^8$. Logo, a probabilidade $P$ de ocorrerem 5 caras e 3 coroas é dada por:

$P = 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{56}{256} = \frac{7}{32}$